

TEOREMA DELLA PERMANENZA DEL SEGNO

Data la funzione $y = f(x)$ definita in X con c punto di accumulazione, esiste almeno un intorno di c tale che $f(x)$ assume lo stesso segno di l .

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l \quad \begin{cases} \text{a) se } l > 0, \exists H(c): \forall x \in H(c) - \{c\} f(x) > 0 \\ \text{b) se } l < 0, \exists H(c): \forall x \in H(c) - \{c\} f(x) < 0 \end{cases}$$

Dimostrazione

Dalla definizione di limite scriviamo:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists H(c): \forall x \in H(c) - \{c\} |f(x) - l| < \varepsilon$$
$$|f(x) - l| < \varepsilon \Leftrightarrow l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$$

Poniamo $\varepsilon = |l|$. Possiamo scrivere:

$$\underbrace{l - |l|}_{a} < f(x) < \underbrace{l + |l|}_{b}$$

a) $l > 0, |l| = l \Rightarrow f(x) > l - l; f(x) > 0$

b) $l < 0, |l| = -l \Rightarrow f(x) < l - l; f(x) < 0$