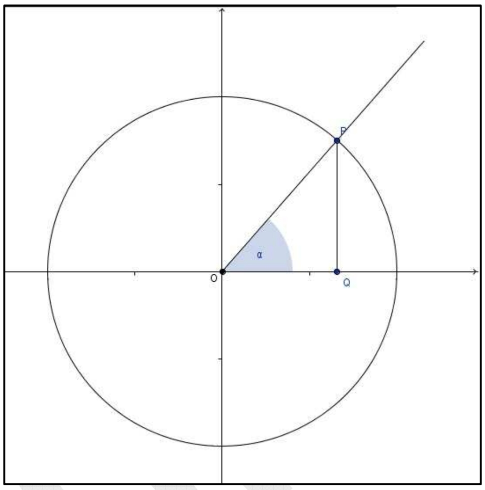
# RELAZIONI FONDAMENTALI DELLA GONIOMETRIA




① $\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$

Considero il triangolo $OQP$. Applico il teorema di Pitagora:

$$OQ^2 + QP^2 = OP^2 \quad \rightarrow \quad \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Da ciò possiamo ricavare:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \begin{cases} \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \\ \cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \sin^2\alpha} \\ \\ \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \\ \sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha} \end{cases}$$

Si considererà il segno + o il segno - secondo il quadrante in cui cade l’angolo α.

② $\boxed{\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ con $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Considerando le precedenti relazioni, possiamo scrivere:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\pm\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} \qquad \tan\alpha = \frac{\pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$$

③ $\boxed{\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$

④ Se è nota $\tan\alpha$: consideriamo $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ e dividiamo per $\cos^2\alpha$

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{tan^2\alpha + 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}}$$

⑤ Moltiplicando per $\tan\alpha$ il primo e il secondo membro della precedente relazione, si ottiene:

$$\cos\alpha \cdot \tan\alpha = \pm\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} \qquad \Rightarrow \qquad \cos\alpha \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \pm\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

$$\boxed{\sin\alpha = \pm\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}}$$