RADICALI

Dato un numero reale non negativo a ed un numero intero positivo n, esiste uno ed un solo numero reale non negativo b tale che $b^n = a$. Il numero b si dice **radice n-esima assoluta** di a. in simboli:

$$b = \sqrt[n]{a}$$

Il simbolo $\sqrt[n]{a}$ prende il nome di **radicale assoluto** o **radicale aritmetico**; le varie parti di un radicale aritmetico si indicano con nomi particolari:

- il numero a è l'**argomento del radicale** o **radicando**;
- il numero n è l'**indice del radicale**;
- il numero $\sqrt[n]{a}$ è la **radice n-esime di a**;
- se il numero a si può esprimere come potenza, cioè il radicale si può esprimere nella forma $\sqrt[n]{p^m}$, il numero p^m è il radicando e m si dice **esponente del radicando**.

Se un radicale ha come indice 1, il simbolo di radice è inutile e si può omettere.
Un radicale di indice 2 è un **radicale quadratico**, il simbolo $\sqrt[2]{a}$ è la radice quadrata di a e l'indice 2 viene sottinteso scrivendo più semplicemente $\sqrt{a}$.
Un radicale di indice 3 è **un radicale cubico** ed il simbolo $\sqrt[3]{a}$ si legge radice cubica di a.
Non esistono nomi particolari per radicali con un indice maggiore di 3.

PROPRIETÀ INVARIANTIVA

Il radicale che si ottiene moltiplicando o dividendo l'indice della radice e l'esponente del radicando per uno stesso numero intero positivo ha lo stesso valore del radicale dato.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n/p]{a^{m/p}}$$

L'indice della radice e l'esponente del radicando possono essere divisi solo se hanno un **fattore comune**; il radicale, che si ottiene dividendoli proprio per questo fattore, ha lo stesso valore di quello dato. Quando l'indice della radice e l'esponente del radicando non hanno fattori comuni, si dice che il radicale è **irriducibile**.

MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE DI RADICALI

Il prodotto (o quoziente) di due radicali che hanno lo stesso indice è un radicale che ha per indice lo stesso indice e per radicando il prodotto (o il quoziente) dei radicandi.

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Se invece gli indici dei radicali sono diversi bisogna calcolare il m.c.m. fra gli indici ed applicare la proprietà invariantiva.

$$\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt{ab}\cdot\sqrt[4]{a^3b^2}=\sqrt[12]{a^8\cdot a^6b^6\cdot a^9b^6}=\sqrt[12]{a^{23}b^{12}}$$

TRASPORTO DI UN FATTORE DENTRO E FUORI DAL SIMBOLO DI RADICE

Per trasportare un fattore esterno all'interno della radice, bisogna elevarlo all'indice della radice.

$$4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\cdot 2}=\sqrt{32}$$

Per trasportare un fattore interno all'esterno della radice, applichiamo la formula

$$\sqrt[n]{a^m}=a^q\cdot\sqrt[n]{a^r}$$

Dove:

- n è l'indice della radice;
- m è l'esponente del radicando;
- q il quoziente intero della divisione $m:n$;
- r è il resto di tale divisione.

POTENZE DI RADICALI

Sia m un numero intero non negativo. La potenza di esponente m di un radicale è il prodotto di m radicali uguali a quello dato.

$$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{m\ fattori}}=\sqrt[n]{a^m}$$

Quindi per elevare a potenza un radicale aritmetico si eleva a quella potenza il radicando.

RADICE DI UNA RADICE

La radice m-esima di un radicale di indice n è un radicale che ha lo stesso argomento ed ha per indice il prodotto mn dei due indici.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$$

ADDIZIONE E SOTTRAZIONE DI RADICALI

Due radicali possono essere addizionati o sottratti solo se sono **simili**, cioè se hanno l'indice e il radicando uguale e differiscono solo per il fattore esterno.

$$\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{2^3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

RAZIONALIZZAZIONE

Quando una frazione ha per denominatore un radicale, può essere conveniente trasformarlo in un'altra equivalente che abbia un denominatore razionale.
L'operazione che permette di rendere razionale il denominatore di una frazione si chiama **razionalizzazione** e, per eseguirla, ci si avvale della proprietà invariantiva della divisione, cioè si moltiplica il numeratore e il denominatore della frazione per un opportuno fattore, detto **fattore razionalizzante**, in modo da rendere razionale l denominatore.

$\frac{1}{\sqrt{a}}$	fattore razionalizzante	$\sqrt{a}$
$\frac{1}{\sqrt[n]{a^k}}$	fattore razionalizzante	$\sqrt[n]{a^{n-k}}$
$\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$	fattore razionalizzante	$\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$
$\frac{1}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}}$	fattore razionalizzante	$\left(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}\right)$

RADICALI QUADRATICI DOPPI

Un radicale quadratico doppio ha una forma del tipo

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$$

Si può risolvere con la seguente formula

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$