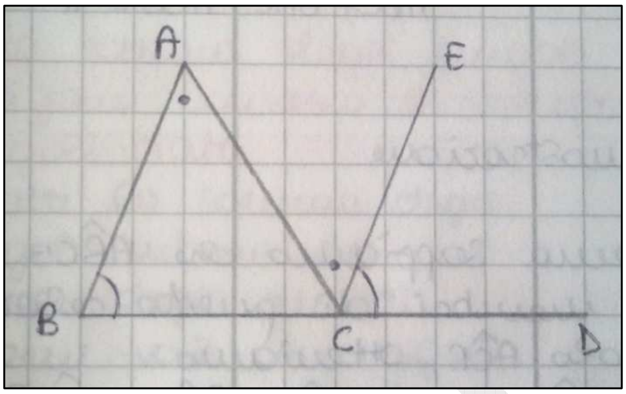
PARALLELISMO, PERPENDICOLARITÀ E POLIGONI

LE PROPRIETÀ DEI TRIANGOLI

TEOREMA. ***In ogni triangolo ciascun angolo esterno è congruente alla somma degli angoli interni ad esso non adiacenti.***



Hp
ABC è $un\ triangolo$

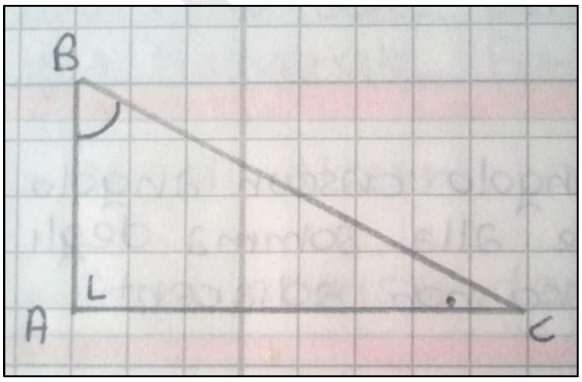
Th
$A\hat{C}D \cong A\hat{B}C + B\hat{A}C$

Dimostrazione
Disegnato il triangolo ABC, consideriamo l'angolo esterno ACD e, dal vertice C, tracciamo la semiretta CE parallela ad AB. Per le proprietà del parallelismo abbiamo che:

- $A\hat{C}E \cong B\hat{A}C$ perché angoli alterni interni rispetto alle parallele AB e CE tagliate dalla trasversale AC;
- $E\hat{C}D \cong A\hat{B}C$ perché angoli corrispondenti rispetto alle stesse parallele tagliate dalla trasversale BD.

Allora $A\hat{C}E + E\hat{C}D \cong B\hat{A}C + A\hat{B}C$, ovvero $A\hat{C}D \cong B\hat{A}C + A\hat{B}C$, c.v.d.

TEOREMA. La somma degli angoli interni di un triangolo è congruente ad un angolo piatto.



Hp
ABC è $un\ triangolo$

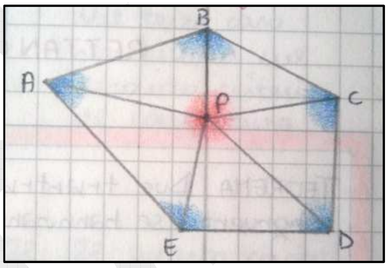
Th
$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B \cong \pi$

Dimostrazione

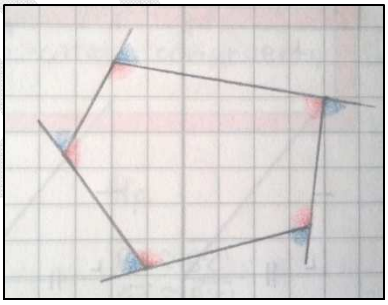
Per il precedente teorema sappiamo che $A\hat{B}C + B\hat{A}C \cong A\hat{C}D$. Se ai due membri di questa relazione aggiungiamo l'angolo $A\hat{C}B$, otteniamo $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B \cong A\hat{C}D + A\hat{C}B$, cioè $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B \cong \pi$, come volevasi dimostrare.

Questa seconda proprietà ci permette di fare alcune considerazioni:

- **Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono complementari.** Infatti se dall'angolo piatto, somma degli angoli interni del triangolo, togliamo l'angolo retto, troviamo ancora un angolo retto.



- **La somma degli angoli interni di un poligono convesso di n lati è congruente a $n - 2$ angoli piatti.** Infatti, se congiungiamo i vertici del poligono con un qualunque punto interno P, otteniamo n triangoli; la somma degli angoli interni di questi triangoli è n angoli piatti, se da questa somma togliamo gli angoli di vertice P, che equivalgono a due angoli piatti, abbiamo $n - 2$ angoli piatti: $n\pi - 2\pi$.



- **La somma degli angoli esterni di un poligono convesso è sempre congruente a due angoli piatti.** Infatti la somma degli angoli interni più quella degli angoli sterni vale n angoli piatti, se da questa somma togliamo quella degli angoli interni troviamo: $n\pi - (n\pi - 2\pi) = 2\pi$.