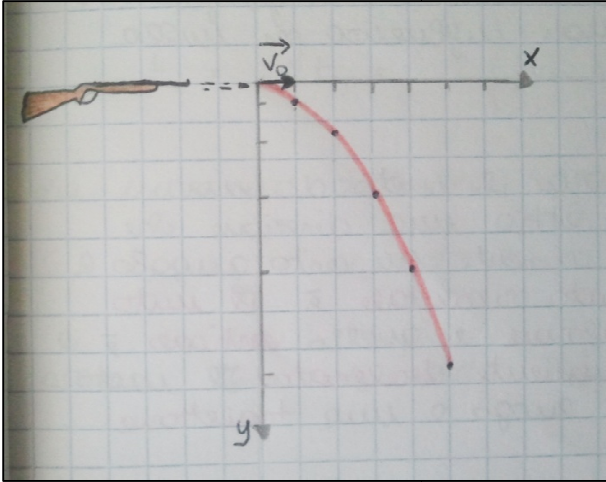


## MOTO PARABOLICO



Si consideri il moto di un proiettile sparato orizzontalmente da un'arma da fuoco o il moto di un sasso lanciato anch'esso orizzontalmente. In entrambi i casi si tratta di un moto che è il **risultante di due moti simultanei**: quello orizzontale è il **moto rettilineo uniforme** e quello verticale è il **moto uniformemente accelerato**. Il moto risultante dà luogo a una **traiettoria parabolica**.

$v_0$  è la velocità costante relativa al moto rettilineo uniforme lungo l'asse x ( $v_0 = v_x$ ), quindi per qualunque ascissa al tempo  $t$  abbiamo:

$$x = v_0 \cdot t$$

Il moto verticale ha un'accelerazione costante, vale a dire l'accelerazione gravitazionale ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ), e ha velocità  $v_y = g \cdot t$ . L'ordinata è uguale a:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Queste due equazioni sono proprio le equazioni del moto parabolico.

Ricavando  $t$  dalla prima equazione e compiendo l'opportuna sostituzione nella seconda equazione si ottiene l'**equazione di una parabola**:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$$

Il tempo impiegato da un oggetto per cadere al suolo si chiama **TEMPO DI VOLO** e si ricava dalla seconda equazione del moto parabolico:

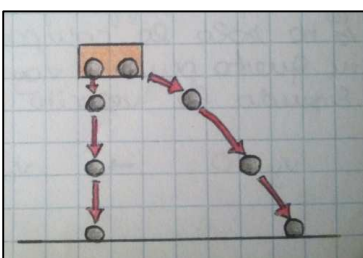
$$h = y = \frac{1}{2} g t^2$$

→

$$t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

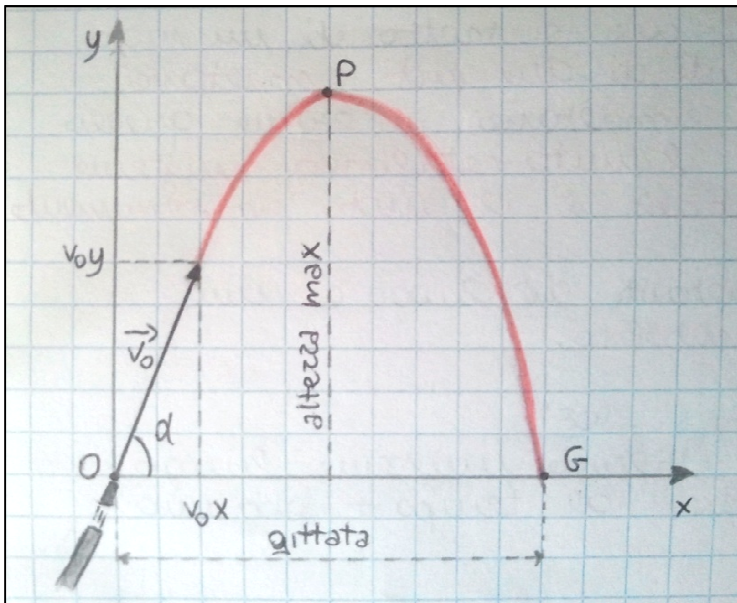
La massima distanza orizzontale percorsa da un oggetto in un intervallo di tempo è detta **GITTATA**:

$$G = v_0 t_v$$



I due moti simultanei, quello orizzontale e quello verticale, sono **indipendenti** l'uno dall'altro, ossia nessuno dei due influenza l'altro. Consideriamo in proposito la seguente esperienza: un dispositivo lascia cadere una pallina da una certa altezza e,

contemporaneamente, ne spara un'altra in avanti mediante un congegno a molla. Ebbene si può osservare che sia la pallina lasciata cadere verticalmente sia quella sparata orizzontalmente toccano il suolo contemporaneamente. Ciò significa che il moto orizzontale della seconda pallina non influenza il suo moto verticale.



Si consideri ora il moto di un proiettile che abbia una direzione che formi con l'orizzonte un certo angolo  $\alpha$ . Il moto orizzontale è un **moto rettilineo uniforme**, mentre quello verticale è un **moto uniformemente decelerato**. Il moto risultante dà luogo a una **traiettoria parabolica**.

Nel moto rettilineo uniforme la velocità è costante:  $v_x = v_{0x}$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

Qualsiasi ascissa al tempo  $t$  è espressa dalla formula:

$$x = v_{0x} \cdot t$$

Nel moto uniformemente decelerato l'accelerazione è costante ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) e la velocità  $v_y$  è:

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \cdot \sin \alpha - gt$$

L'ordinata al tempo  $t$  è espressa dalla formula:

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

Il **TEMPO MASSIMO** è il tempo impiegato dal proiettile (o da qualsiasi oggetto) per raggiungere la **quota massima** (punto P). Alla quota massima si ha solo la componente orizzontale poiché la **velocità è nulla**, infatti in questo punto  $v_{0y}$  e  $gt$  hanno lo stesso valore e quindi si annullano. Essendo la velocità nulla avremo:

$$v_y = 0 \rightarrow v_0 \cdot \sin \alpha - gt = 0 \rightarrow t_v = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Il tempo impiegato per raggiungere la quota massima è lo stesso impiegato per tornare al suolo, quindi il tempo totale è uguale a due volte il tempo massimo:

$$t_v = 2t_M = 2 \left( \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right)$$

La massima distanza orizzontale percorsa dal proiettile si chiama **GITTATA**:

$$G = v_{0x} \cdot t_V = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_V$$

$$\text{essendo } t_V = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}, \text{ allora: } G = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$$

poiché  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ , allora:

$$G = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$