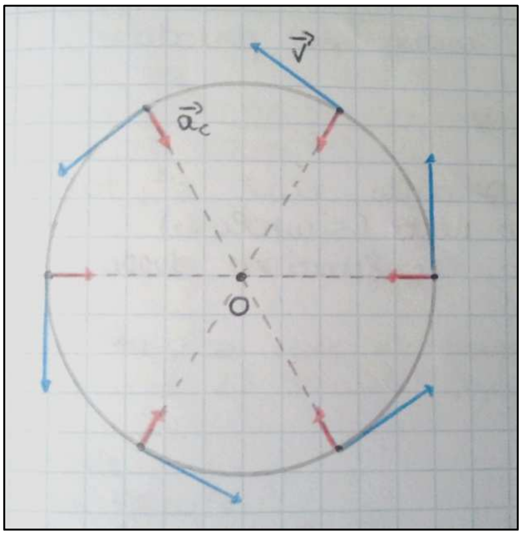
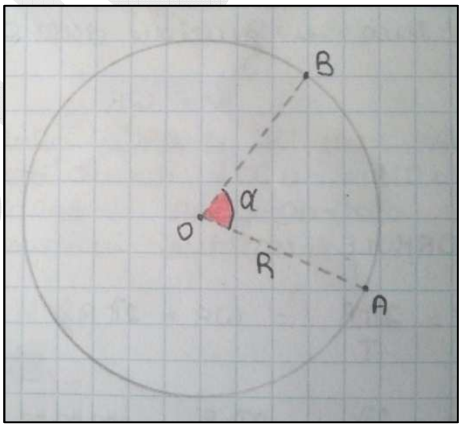
MOTO CIRCOLARE UNIFORME



Un caso particolare di moto curvilineo uniforme è il **moto circolare uniforme**. Questo tipo di moto è costituito da un punto materiale che descrive una traiettoria circolare percorrendo archi di uguale lunghezza in uguali intervalli di tempo. La velocità, rappresentabile in ogni istante mediante un vettore tangente alla circonferenza e quindi perpendicolare al raggio, ha modulo costante, però cambia continuamente direzione. L'accelerazione tangenziale è quindi nulla, essendo essa dovuta alle variazioni del modulo della velocità. Invece l'**accelerazione centripeta** non è nulla, essendo essa dovuta alle variazioni di direzione della velocità, e il suo modulo è costante, perché la direzione della velocità cambia in modo uniforme, cioè a uguali intervalli di tempo corrispondono uguali cambiamenti di direzione.



In un certo intervallo di tempo *t*, mentre il punto materiale descrive un arco di traiettoria *AB*, il raggio *OA* descrive un angolo al centro AÔB, e dato che a uguali intervalli di tempo corrispondono archi di uguale lunghezza e angoli al centro di uguale ampiezza, risultano costanti i rapporti:

$$\frac{\text{lunghezza arco}}{\text{tempo}} \quad \text{e} \quad \frac{\text{ampiezza angolo}}{\text{tempo}}$$

Il primo rapporto esprime il modulo della **velocità tangenziale** (o **velocità periferica**) e il secondo il modulo della **velocità angolare** $\vec{w}$.

VELOCITÀ TANGENZIALE
Dato che il moto è uniforme, il modulo v della velocità tangenziale si calcola: $v = \Delta s / \Delta t$.
Se si considera l'intera circonferenza $C = 2\pi R$ e se si indica con T l'intervallo di tempo che il punto mobile impiega per percorrerla, la velocità è:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

A intervalli di tempo costanti T, cioè a ogni giro, il moto riprende gli stessi caratteri. Il moto circolare uniforme è quindi periodico e l'intervallo di tempo T viene detto **periodo**.
Si dice **frequenza** (f) di un moto periodico il numero di volte che, in un secondo, esso riprende gli stessi caratteri. Nel moto circolare uniforme vale la seguente implicazione:

$$T = \frac{1}{f} \qquad \rightarrow \qquad f = \frac{1}{T}$$

L'unità di misura della frequenza è l'inverso del secondo, cioè s^{-1}, tale unità di misura viene detta ***ciclo al secondo*** o **hertz** (Hz). La velocità tangenziale può anche essere espressa in funzione della frequenza:

$$v = 2\pi R f$$

VELOCITÀ ANGOLARE

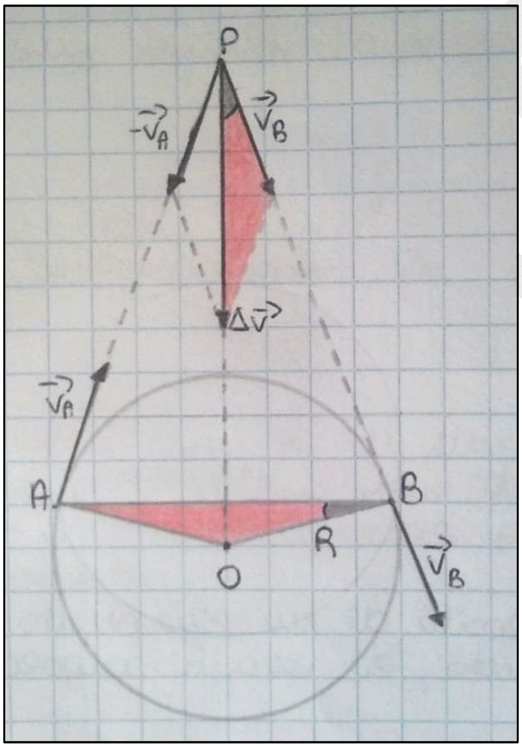
La velocità angolare $\vec{w}$ è un vettore, poiché è il prodotto di un vettore per uno scalare. Il suo modulo può essere espresso in funzione sia del periodo che della frequenza:

$$w = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{oppure} \qquad w = 2\pi f$$

La **velocità tangenziale** e la **velocità angolare** possono essere espresse l'una in funzione dell'altra:

$$v = wr \qquad \text{ovvero} \qquad w = \frac{v}{r}$$

ACCELERAZIONE CENTRIPETA



Le velocità $\vec{v_A}$ e $\vec{v_B}$ nei punti A e B hanno lo stesso modulo v, ma non la stessa direzione, per cui la loro differenza non è nulla. Tale differenza $\vec{v_B} - \vec{v_A} = \Delta\vec{v}$ si può trovare trasportando i vettori $\vec{v_B}$ e -$\vec{v_A}$ lungo le rispettive rette di azione fino al punto di intersezione P e addizionandoli con la regola del parallelogramma. Se Δt è l'intervallo di tempo che il punto mobile impiega per portarsi da A in B, l'accelerazione centripeta è:

$$\vec{a_c} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Per trovare il modulo di $\vec{a_c}$ si ragiona così:

- nell'intervallo di tempo Δt il punto mobile si porta da A in B descrivendo un arco di lunghezza $s = v\Delta t$
- se si vuole considerare l'accelerazione istantanea i punti A e B devono essere considerati vicinissimi, per cui arco e corda si identificano e si può scrivere $AB = s = v\Delta t$
- dato che i triangoli isosceli in rosso sono simili, si può scrivere la proporzione Δv : AB = v: OB, dalla quale si ottiene:

$$\Delta v : v\Delta t = v : R \qquad \rightarrow \qquad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \qquad \rightarrow \qquad a_c = \frac{v^2}{R}$$

Dato che $v = wr$, allora:

$$a_c = \frac{w^2 R^2}{R} \quad \rightarrow \quad \boxed{a_c = w^2 R}$$