INTEGRAZIONE PER PARTI

Consideriamo il prodotto di due funzioni $y = f(x)$ e $y = g(x)$, entrambe derivabili, sia quindi:

$$y = f(x) \cdot g(x)$$

Differenziamo ora questo prodotto ricordando che il differenziale gode delle stesse proprietà delle derivate, quindi avremo:

$$d[f(x) \cdot g(x)] = df(x)g(x) = f(x)dg(x)$$

Integriamo ora entrambi i membri, ricordando che:

$$\int dx = x \qquad \text{e} \qquad \int df(x) = f(x)$$

Quindi avremo:

$$\int d[f(x) \cdot g(x)] = \int g(x)df(x) + \int f(x)dg(x)$$

$$f(x) \cdot g(x) = \int g(x)df(x) + \int f(x)dg(x)$$

$$\int f(x)dg(x) = f(x)g(x) - \int g(x)df(x)$$

o, il che è lo stesso,

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int g(x)f'(x)dx$$

Il fattore $f(x)$ è detto **fattore finito** mentre il fattore $dg(x)$ è detto **fattore differenziale**. La precedente formula esprime un'importante regola d'integrazione che prende il nome di **regola d'integrazione per parti** che si può enunciare così:

l'integrale del prodotto di un fattore finito $f(x)$ *per un fattore differenziale* $dg(x) = g'(x)dx$ *è uguale al prodotto del fattore finito per l'integrale* $g(x)$ *del fattore differenziale, diminuito dell'integrale del prodotto dell'integrale trovato* $g(x)$ *per il differenziale* $f'(x)dx$ *del fattore finito.*