

INTEGRALI INDEFINITI

Data una funzione $y = f(x)$ continua nel suo dominio D e una funzione $y = g(x)$ derivabile nel suo dominio D , $g(x)$ si dice **primitiva** di $f(x)$ se gode di questa proprietà:

$$g'(x) = f(x)$$

Se $y = g(x)$ è primitiva di $f(x)$ allora anche $y = g(x) + k$ sarà primitiva di $y = f(x)$. Infatti, la derivata di $y = g(x) + k$ è $y' = g'(x)$.

Tutte le primitive di $f(x)$ si indicano col simbolo $\int f(x)dx = g(x) + k$

PROPRIETÀ DEGLI INTEGRALI INDEFINITI

1. $\int k f(x)dx = k \int f(x)dx$

Esempio: $\int 2 \cos x dx = 2 \int \cos x dx = 2 \sin x + k$

2. Date le funzioni $f_1(x), f_2(x), f_n(x)$ continue nel dominio

$$\int (f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x))dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx + \dots + \int f_n(x)dx$$

TABELLA DEGLI INTEGRALI IMMEDIATI NOTEVOLI

① $\int dx = x + k$

② $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1} x^{\alpha+1} + k$ *con $\alpha \neq -1$*
 $\int [f(x)]^\alpha \cdot f'(x) dx = \frac{1}{\alpha + 1} [f(x)]^{\alpha+1} + k$ *con $\alpha \neq -1$*

③ $\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + k$ *con $\alpha = -1$*
 $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + k$

④ $\int e^x dx = e^x + c$
 $\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = e^{f(x)} + k$

$$\textcircled{5} \quad \int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + k$$
$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x) dx = \frac{1}{\ln a} a^{f(x)} + k$$

$$\textcircled{6} \quad \int \sin x dx = -\cos x + k$$
$$\int \sin f(x) \cdot f'(x) dx = -\cos[f(x)] + k$$

$$\textcircled{7} \quad \int \cos x dx = \sin x + k$$
$$\int \cos f(x) \cdot f'(x) dx = \sin[f(x)] + k$$

$$\textcircled{8} \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + k$$
$$\int (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + k$$
$$\int \frac{1}{\cos^2[f(x)]} \cdot f'(x) dx = \tan[f(x)] + k$$

$$\textcircled{9} \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + k$$
$$\int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + k$$
$$\int \frac{1}{\sin^2[f(x)]} \cdot f'(x) dx = -\cot[f(x)] + k$$

$$\textcircled{10} \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + k$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} \cdot f'(x) dx = \arcsin[f(x)] + k$$

$$\textcircled{11} \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\arccos x + k$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} \cdot f'(x) dx = -\arccos[f(x)] + k$$

$$\textcircled{12} \quad \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + k$$
$$\int \frac{1}{1+[f(x)]^2} \cdot f'(x) dx = \arctan[f(x)] + k$$

$$\textcircled{13} \int \frac{1}{1+x^2} dx = -\operatorname{arccot} x + k$$
$$\int \frac{1}{1+[f(x)]^2} \cdot f'(x) dx = -\operatorname{arccot}[f(x)] + k$$

$$\textcircled{14} \int \tan x dx = -\log|\cos x| + k$$

$$\textcircled{15} \int \cot x dx = \log|\sin x| + k$$

Notebook