FUNZIONI INVERSE

Se $f: X \to Y$ (f definita in X con valore in Y) è biunivoca, si può definire la **funzione inversa**, che si indica con il simbolo f^{-1}.
Tale funzione associa a ogni $y \in Y$ la sua controimmagine $x \in X$; questa controimmagine, essendo f biunivoca, esiste sempre ed e unica e per questo anche f^{-1} è una funzione che è detta funzione inversa della funzione f. Per tale motivo si dice che **una funzione biunivoca è invertibile**.
Se $y = f(x)$ è l'equazione di una funzione matematica biunivoca si avrà

$$f^{-1}(y) = x \quad \Leftrightarrow \quad y = f(x)$$

o anche:

$$f^{-1}: Y \to X \quad \Leftrightarrow \quad f: X \to Y$$

FUNZIONE SENO

Consideriamo la funzione di equazione $y = \sin x$. Essa ha come dominio $X = R$ e come codominio $Y = [-1, 1]$. La funzione seno non è quindi biunivoca. Per renderla tale e per trovare così la funzione inversa, bisogna restringere l'intervallo del dominio a $X = [-\pi/2\,, \pi/2]$. In tal caso la funzione è biunivoca e si avrà la funzione inversa:

$$f \quad \Rightarrow \quad y = \operatorname{sen} x \qquad X = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \qquad Y = [-1; 1]$$

$$f^{-1} \quad \Rightarrow \quad y = \operatorname{arcsen} x \qquad X = [-1; 1] \qquad Y = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

FUNZIONE TANGENTE

Consideriamo la funzione $y = \tan x$ che ha dominio $X = R - \{\pi/2 + k\pi\}$ e codominio $Y = R$.
Per renderla biunivoca e invertibile bisogna restringere il dominio all'intervallo aperto $]-\pi/2\,, \pi/2[$. Si avrà

$$f \quad \Rightarrow \quad y = \tan x \qquad X = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\qquad Y = R$$

$$f^{-1} \quad \Rightarrow \quad y = \operatorname{arctan} x \qquad X = R \qquad Y = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$$

FUNZIONE COSENO

Consideriamo la funzione di equazione $y = \cos x$ che ha dominio $X = R$ e codominio $Y = [-1, 1]$.
Per rendere la funzione biunivoca e invertibile bisogna restringere il dominio all'intervallo chiuso $[0, \pi]$. Si avrà così:

$$f \quad \Rightarrow \quad y = \cos x \qquad X = [0, \pi] \qquad Y = [-1, 1]$$

$f^{-1} \Rightarrow \quad y = \text{arccos}x \qquad X = [-1, 1] \qquad Y = [0, \pi]$

FUNZIONE COTANGENTE

Consideriamo la funzione di equazione $y = cotgx$ che ha dominio $X = R - \{k\pi\}$ e codominio $Y = R$. Per renderla biunivoca e invertibile si deve restringere il dominio all'intervallo aperto $]0, \pi[$. Si avrà così:

$f \quad \Rightarrow \quad y = cotgx \qquad X =]0, \pi[\qquad Y = R$

$f^{-1} \Rightarrow \quad y = \text{arccotg}x \qquad X = R \qquad Y =]0, \pi[$