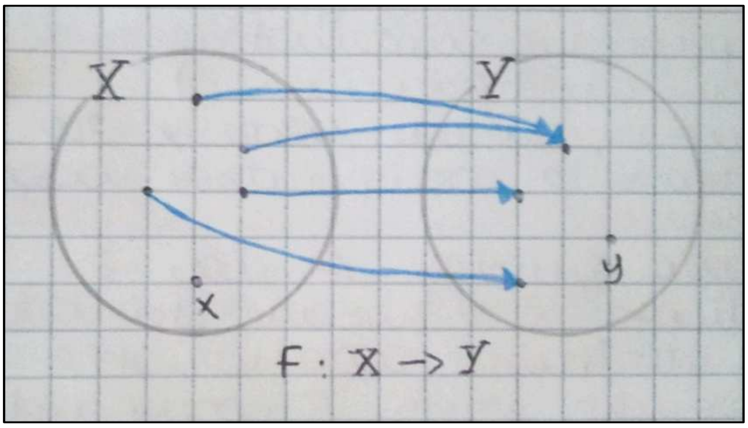
FUNZIONI



Dati due insiemi non vuoti X e Y si dice funzione da X a Y una relazione tra i due insiemi che a ogni $x \in X$ fa corrispondere uno e un solo $y \in Y$.

Se x è un elemento di X, il suo corrispondente y di Y si indica con $\boldsymbol{f(x)}$, cioè funzione di x: $y = f(x)$.
Si dice che y, cioè $f(x)$ è l'**immagine** di x e che x è la **controimmagine** (o immagine inversa) di y.
L'insieme X è detto **dominio** della funzione o viene anche chiamato **insieme delle definizioni** o **insieme di esistenza** o **campo di esistenza**. L'insieme degli elementi di Y che hanno almeno una controimmagine in X è **detto insieme delle immagini** o **codominio** o **insieme delle variabilità dell'applicazione** e si indica con $f(x)$.

FUNZIONI NUMERICHE E FUNZIONI MATEMATICHE

Nel caso in cui gli insiemi X e Y siano insiemi numerici, si parla di **funzioni numeriche**. Di solito X e Y sono sottoinsiemi dell'insieme R dei numeri reali e i loro elementi vengono chiamati **variabili**:
$\boldsymbol{x} \rightarrow$ **variabile indipendente**
$\boldsymbol{y} \rightarrow$ **variabile dipendente**
Una funzione numerica è quasi sempre una **funzione matematica**, cioè f rappresenta l'insieme delle operazioni matematiche (addizione, sottrazione, moltiplicazione …) che si devono compiere su un valore x del dominio D per ottenere il corrispondente valore y.
Il **dominio D** della funzione, se non è esplicitamente indicato, è l'insieme dei valori reali che possono attribuirsi alla variabile indipendente x affinché esista il corrispondente valore reale y e prende anche il nome di insieme di esistenza o di definizione della funzione.
L'**insieme C** dei valori reali assunti dalla variabile dipendente y costituisce l'insieme di variabilità della funzione stessa o codominio della funzione.

CLASSIFICAZIONE DELLE FUNZIONI MATEMATICHE

Le funzioni sono di solito classificate in algebriche e trascendenti.
Sono funzioni **algebriche** le funzioni **razionali intere** e **fratte** e **le funzioni irrazionali**. Sono funzioni **trascendenti** le **funzioni logaritmiche**, quelle **esponenziali** e quelle **goniometriche**.

DETERMINAZIONE DEL DOMINIO DI UNA FUNZIONE

Una delle prime operazioni da farsi quando si studia una funzione è quella di determinare il suo **dominio**. Per farlo bisogna seguire alcune regole:

1. le operazioni di addizione, sottrazione e prodotto sono sempre possibili (quindi le funzioni razionali intere hanno come dominio R);

2. l'operazione di estrazione non ha significato se il divisore è nullo (quindi le funzioni razionali fratte hanno per dominio tutti i numeri reali tranne quelli che eventualmente annullino il denominatore);

3. l'operazione di estrazione di radice di indice pari ha significato se il radicando è positivo o nullo;

4. l'operazione di estrazione di radice di indice dispari ha significato purché esista il radicando;

5. il logaritmo ha significato se l'argomento è positivo e purché la base sia un numero positivo e diverso da 1;

6. l'esponente con base (costante) positiva esiste purché esista l'esponente (variabile);

7. la potenza con base variabile ed esponente costante irrazionale positivo si considera solo per valori positivi o nulli della base;

8. la potenza con base ed esponente variabili si considera solo per valori positivi della base;

9. le funzioni goniometriche $y = senx$ e $y = cosx$ esistono per ogni x reale, mentre $y = tgx$ esiste per $x \neq \pi/2 + k\pi$ e $y = cotgx$ esiste per $x \neq k\pi$;

10. le funzioni $y = arcsenx$ e $y = arccosx$ sono definite per $-1 \leq x \leq 1$, mentre $y = arctgx$ e $y = arccotgx$ esistono $\forall x \in R$.