DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Una disequazione si dice **irrazionale** quando in essa compaiono uno o più radicali contenenti l'incognita.

Il **dominio** di una disequazione è l'insieme dei numeri che, sostituiti al posto dell'incognita, trasformano la disequazione in una disuguaglianza dotata di senso.
Se la disequazione contiene solo radicali di indice **dispari**, per determinare il dominio non si deve porre alcuna condizione oltre quella dell'esistenza di ciascun radicando.
Se la disequazione contiene radicali di indice **pari** per determinare il dominio occorre porre le considerazioni affinché tutti i radicandi siano contemporaneamente positivi o nulli, oltre le condizioni di esistenza dei radicandi.

Per risolvere una generica **disequazione irrazionale** si cerca di trasformarla in una razionale, per mezzo di opportuni elevamenti di entrambi i membri della disequazione a una stessa potenza.
L'innalzamento a una potenza con **esponente pari** di entrambi i membri di una disequazione è possibile solo se entrambi i membri sono positivi, la nuova disequazione che così si ottiene è equivalente alla data, ma solo nel dominio della disequazione data.
L'innalzamento a una potenza con **esponente dispari** di entrambi i membri di una disequazione, la trasforma in un'altra sempre equivalente a quella data.

DISEQUAZIONI DEL TIPO $\sqrt[n]{\boldsymbol{f(x)}} \lesseqgtr \boldsymbol{g(x)}$

Se l'indice n del radicale presente nella disequazione è un numero **dispari**, basta elevare entrambi i membri della disequazione alla potenza n-esima e risolvere le disequazioni equivalenti $f(x) \lesseqgtr [g(x)]^n$.

Se l'indice n è un numero **pari**, abbiamo:

- $\sqrt{f(x)} = g(x)$

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

- $\sqrt{f(x)} < g(x)$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases}$$