

DISEQUAZIONI

Se mediante un'equazione troviamo i valori di x che rendono uguali due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, mediante disequazioni del tipo

$$f(x) > 0 \quad f(x) < 0 \quad f(x) > g(x) \quad \text{o} \quad f(x) < g(x)$$

ci chiediamo rispettivamente

- per quali valori di x la funzione $f(x)$ è maggiore di zero, cioè assume valori positivi
- per quali valori di x la funzione $f(x)$ è minore di zero, cioè assume valori negativi
- per quali valori di x la funzione $f(x)$ è maggiore o minore alla funzione $g(x)$.

Relazioni di questo tipo si chiamano **disequazioni**.

Per la disequazioni valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per le equazioni:

- il **dominio** di una disequazione è l'insieme dei valori che può assumere la variabile, normalmente indicata con x ;
- l'**insieme delle soluzioni** è il sottoinsieme del dominio costituito da tutti i valori di x che rendono vera la disequazioni;
- due disequazioni che hanno le stesse soluzioni si dicono **equivalenti**;
- una disequazione è **intera** se le funzioni f e g sono di tipo polinomiale, è **frazionaria** se ci sono anche delle frazioni algebriche i cui denominatori contengono l'incognita;
- una disequazione è in forma **normale** se è scritta in questo modo $E(x) > 0$ oppure $E(x) < 0$;
- il **grado** di una disequazione intera in forma normale è il grado del polinomio al primo membro.

PROPRIETÀ DELLE DISUGUAGLIANZE

Se a, b, c, d sono numeri reali qualsiasi, valgono le seguenti proprietà:

- Se a due membri disuguali aggiungiamo uno stesso numero, otteniamo due numeri disuguali nello stesso verso: $a < b \rightarrow a + c < b + c$
- Due disequazioni dello stesso verso si possono sommare membro a membro ottenendo una disequazione dello stesso verso: $a < b \wedge c < d \rightarrow a + c < b + d$
- Due disequazioni dello stesso verso fra numeri positivi si possono moltiplicare membro a membro ottenendo una disequazione dello stesso verso: $a < b \wedge c < d \rightarrow a \cdot c < b \cdot d$
- Se due numeri dello stesso segno (quindi entrambi positivi o entrambi negativi) sono disuguali, i loro reciproci sono disuguali in verso opposto: $a < b \rightarrow 1/a > 1/b$
- Se si moltiplicano due numeri disuguali per uno stesso numero positivo si ottiene una disequazione dello stesso verso: $a < b \rightarrow ac < bc$
- Se si moltiplicano due numeri disuguali per uno stesso numero negativo si ottiene una disequazione di verso opposto: $a < b \rightarrow ac > bc$
- Dall'ultima proprietà discende poi che se due numeri sono disuguali in un verso, i loro opposti sono disuguali nell'altro, perché questo equivale a moltiplicarli per -1 : $a < b \rightarrow -a > -b$