

## DERIVATA DELLA SOMMA DI FUNZIONI

Date le funzioni  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$ , definite e derivabili in  $X$ , la derivata della somma delle due funzioni è uguale alla somma delle derivate delle funzioni stesse.

$$F(x) = f(x) + g(x)$$

$$F'(x) = f'(x) + g'(x)$$

### Dimostrazione

Le due funzioni sono derivabili, quindi possiamo scrivere:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$g'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

La derivata della funzione somma sarà:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - f(x) - g(x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x} = f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

Dimostrazione analoga si può ripetere per dimostrare che la derivata della differenza tra due funzioni derivabili è la differenza tra le derivate delle due funzioni, cioè:

$$F(x) = f(x) - g(x)$$

$$F'(x) = f'(x) - g'(x)$$

**Osservazione.** In particolare, se  $g(x) = c$ , con  $c$  costante, derivando la funzione

$$y = f(x) + c \quad \text{si otterrà} \quad y' = f'(x) + 0 = f'(x).$$

Si potrà così affermare che una costante additiva viene eliminata nella derivata.