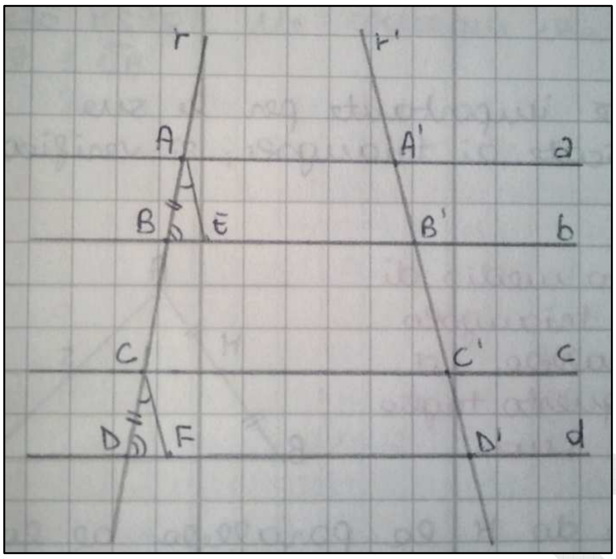
CORRISPONDENZA DI TALETE

TEOREMA. ***Dato un fascio di rette parallele, tagliato da due trasversali, se sulla prima trasversale si individuano due segmenti congruenti, allora anche i loro corrispondenti sulla seconda trasversale sono congruenti.***



Hp
$a \parallel b \parallel c \parallel d \dots$
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

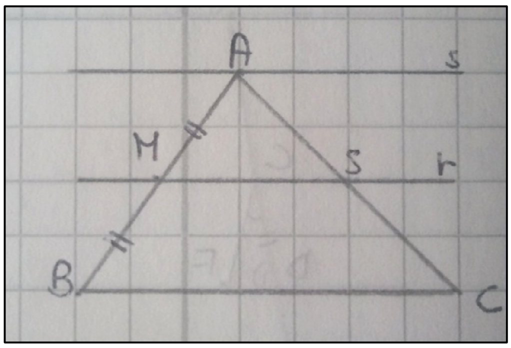
Th
$\overline{A'B'} \cong \overline{C'D'}$

Dimostrazione

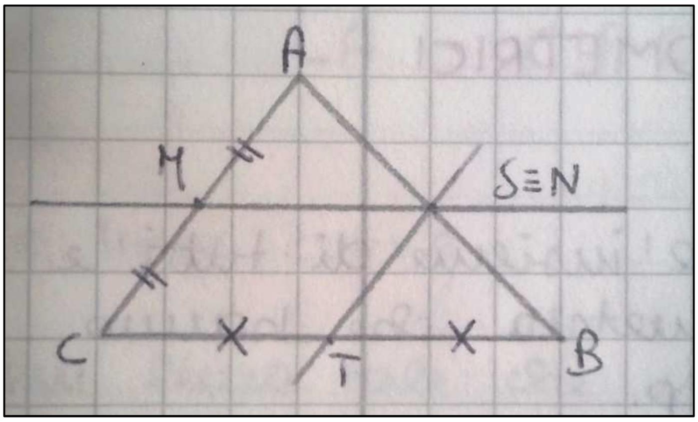
Tracciamo i due segmenti AE e CF paralleli alla trasversale r', i quadrilateri $AA'B'E$ e $CC'D'F$, avendo i lati opposti paralleli, sono dei parallelogrammi, quindi $\overline{AE} \cong \overline{A'B'}$ e $\overline{CF} \cong \overline{C'D'}$.
Consideriamo adesso i triangoli ABE e CDF; essi hanno:
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ per ipotesi
$A\hat{B}E \cong C\hat{D}F$ perché angoli corrispondenti delle rette parallele b e d tagliate dalle trasversale r
$B\hat{A}E \cong D\hat{C}F$ perché angoli corrispondenti delle rette parallele AE e CF tagliate dalla trasversale r.
I due triangoli sono congruenti per il secondo criterio ed in particolare $\overline{AE} \cong \overline{CF}$.
Allora $\overline{AE} \cong \overline{A'B'}$, $\overline{CF} \cong \overline{C'D'}$, $\overline{AE} \cong \overline{CF}$, quindi, per la proprietà transitiva della congruenza, $\overline{A'B'} \cong \overline{C'D'}$, come volevasi dimostrare.

Questo teorema è importante per le sue conseguenza applicate ai triangoli, si verifica infatti che:

- **Se per il punto medio di un lato di un triangolo si traccia la parallela ad un altro lato, questa taglia il terzo lato nel suo punto medio.**
  Infatti, tracciando da M la parallela al lato BC e considerato il fascio di rette di direzione BC, se $\overline{AM} \cong \overline{MB}$, anche $\overline{AS} \cong \overline{SC}$



- **Viceversa, se si congiungono i punti medi di due lati di un triangolo, il segmento ottenuto è parallelo al terzo lato ed è inoltre congruente alla sua metà.**



Infatti, indicati con M e N i punti medi di AC e AB e tracciata da M la parallela al lato BC, essa interseca il lato AB nel suo punto medio S; quindi, visto che il punto medio di un segmento è unico, N coincide con S e perciò, se si uniscono i punti medi di due lati, il segmento che si ottiene è parallelo al terzo lato. Inoltre, se da S tracciamo la parallela ad AC, il punto T di intersezione con il lato BC è punto medio di tale lato, quindi $\overline{CT} \cong \overline{TB}$. Ma il quadrilatero $MSTC$ è un parallelogramma e perciò $\overline{MS} \cong \overline{CT}$. Ne consegue che, essendo $\overline{CT} \cong 1/2\,\overline{CB}$, $\overline{MS} \cong 1/2\,\overline{CB}$.