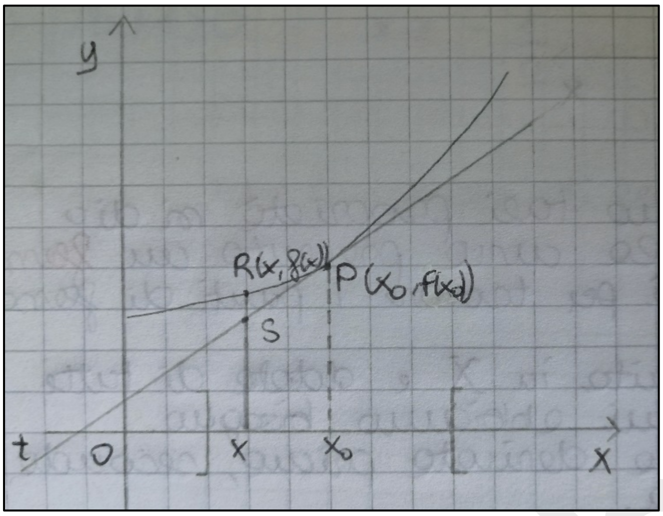
CONCAVITÀ, CONVESSITÀ, FLESSI

Consideriamo la funzione $y = f(x)$ definita in X e supponiamo che abbia tutte le derivate di cui abbiamo bisogno.



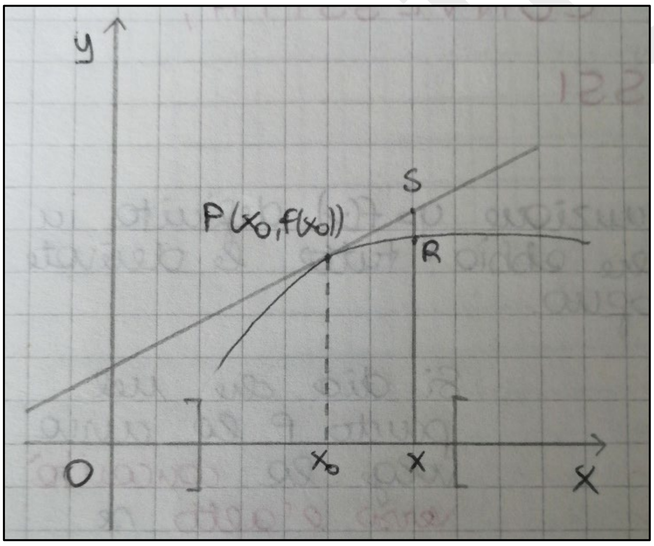
Si dice che nel punto P la curva volge la **concavità verso l'alto** se esiste un intorno di x_0 tale che per ogni x appartenente a tale intorno l'ordinata del punto della curva R è maggiore dell'ordinata del punto della tangente.

Essendo t: $y - y_0 = m(x - x_0)$
$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

allora l'ordinata del punto S è $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Quindi, in simboli, nel punto P la curva volge la concavità verso l'alto se:

$$\exists H(x_0) : \forall x \in H(x_0) \qquad f(x) > f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$



Si dice che nel punto P la curva volge la **convessità verso l'alto** se esiste un intorno di x_0 tale che per ogni x appartenente a tale intorno, l'ordinata del punto S della tangente è maggiore dell'ordinata del punto R sulla curva. In simboli, si dice che nel punto P la curva volge la convessità verso l'alto se:

$$\exists H(x_0) : \quad \forall x \in H(x_0)$$
$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) > f(x)$$

Se non si verificato tali proprietà, si dice che nel punto P la curva presenta un **flesso**.
Ci sono due modi per trovare i punti di flesso:

1. Sia $y = f(x)$ definita in X e dotata di tutte le derivate di cui abbiamo bisogno. Consideriamo la derivata prima, seconda, terza e così via. Per determinare i punti di flesso consideriamo la derivata seconda e supponiamo che x_0 l'annulli:

$$f^{II}(x_0) = 0$$

   Allora consideriamo la derivata terza. Se $f^{III}(x_0) \neq 0$ allora x_0 è un punto di flesso (metodo delle derivate successive).

2. Studiamo il seguo della derivata seconda:
   - se $f^{II}(x_0) > 0$ la funzione è concava verso l'alto;
   - se $f^{II}(x_0) < 0$ la funzione è convessa verso l'alto (o concava verso il basso).

Nel punto in cui la concavità si volge in convessità, si ha un punto di flesso.